MATEMÁTICA T

1er CUATRIMESTRE 2026 — TU Tecnologías de Programación

Equipo de Cátedra: TANIA N. GIMENEZ • LUIS A. MICUCCI • PABLO GIROLLET

Trabajo Práctico N^{ro} 2. Intervalos, potenciación y radicación.

Ej. 1 — Escribir cada uno de los enunciados en términos de desigualdades.

a. x es positivo.

b. x es menor que 6.

c. x es mayor o igual que 3.

d. x es menor que 12 y mayor que 2.

e. x es negativo y mayor o igual que -6.

f. x es a lo sumo 5.

Ej. 2 — Completar con el signo correspondiente en cada desigualdad.

a. $3>0 \quad y \quad z>0 \quad \Rightarrow \quad 3\cdot z \ \boxed{}\ 0$

b. $m\cdot n>0 \quad y \quad n>0 \quad \Rightarrow \quad m \ \boxed{}\ 0$

c. $-2<0 \quad y \quad k<0 \quad \Rightarrow \quad (-2)\cdot k \ \boxed{}\ 0$

d. $4>c \quad y \quad c>d \quad \Rightarrow \quad 4 \ \boxed{}\ d$

Ej. 3 — Indicar de qué tipo es cada uno de los siguientes intervalos y graficarlos.

a. $(2,4)$

b. $(2,4]$

c. $[2,4]$

d. $[2,4)$

e. $(2,+\infty)$

f. $(-\infty,4)$

g. $(-\infty,4]$

Ej. 4 — Resolver y aplicar las propiedades de la potenciación si es necesario. Eliminar cualquier exponente negativo.

a. $x^2\cdot x^3$

b. $x^3 \div x^{-4}$

c. $(-x)^2\cdot x^5$

d. $(-x)^3\div x^5$

e. $\left(\frac{4}{3}\right)^2\left(\frac{4}{3}\right)^3\left(\frac{4}{3}\right)^0$

f. $\left(3s^2t^{-1}\right)\left(\frac{1}{9}s^4\right)\left(27t^5\right)$

g. $\dfrac{\left(x^2y^3\right)^4\left(xy^4\right)^{-3}}{x^2y}$

Ej. 5 — Resolver.

a. $\sqrt{7}\cdot\sqrt{28}$

b. $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{9}$

c. $\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[4]{16}$

d. $9^{\frac{7}{2}}$

e. $\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$

f. $(-125)^{\frac{1}{3}}$

g. $\left(\frac{25}{64}\right)^{-\frac{3}{2}}$

Ej. 6 — Simplificar la expresión. Eliminar los exponentes negativos en la solución final.

a. $(a^2b^3)^{-\frac{1}{3}}$

b. $\sqrt{x^4y^4}$

c. $\left(x^{-5}y^3 \cdot z^{10}\right)^{-\frac{3}{5}}$

d. $\left(\dfrac{x^{-4}yz^{-2}}{x^3y^{-2}z}\right)^{-2}$

e. $\sqrt{16x^3b^2y}$

f. $\sqrt[3]{81ab^3c^5m^6}$

g. $\sqrt{25a^4b^6}$

SOLUCIONES.

Solución del ejercicio 1

a. $x > 0$. **b.** $x < 6$. **c.** $x \geq 3$. **d.** $2 < x < 12$. **e.** $-6 \leq x < 0$. **f.** $x \leq 5$.

Solución del ejercicio 2

a. $3 \cdot z \boxed{>} 0$ [El producto de dos números positivos es positivo.]

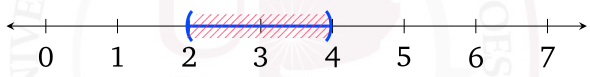
b. $m \boxed{>} 0$ [Si el producto de dos números es positivos, siendo uno de ellos es positivo, entonces el otro número también debe ser positivo.]

c. $(-2) \cdot k \boxed{>} 0$ [El producto de dos números negativos es positivo.]

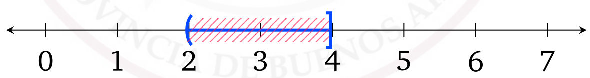
d. $4 \boxed{>} d$ [Si $a > b$ y $b > c$, entonces $a > c$: propiedad transitiva de la relación de orden ''mayor que''.]

Solución del ejercicio 3

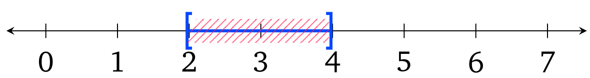
a. $(2,4) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$: Intervalo *abierto* de extremos 2 y 4.



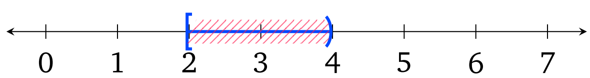
b. $(2,4] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 4\}$: Intervalo *semiabierto* a izquierda de extremos 2 y 4.



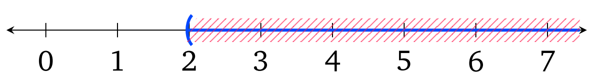
c. $[2,4] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 4\}$: Intervalo *cerrado* de extremos 2 y 4.



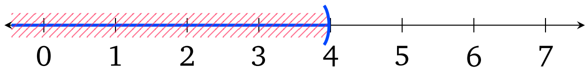
d. $[2,4) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 4\}$: Intervalo *semiabierto* a derecha de extremos 2 y 4.



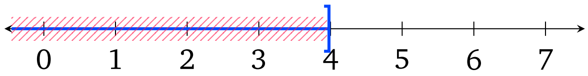
e. $(2,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x\}$: Intervalo *infinito* abierto a izquierda.



f. $(-\infty, 4) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$: Intervalo *infinito* abierto a derecha.



g. $(-\infty, 4] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 4\}$: Intervalo *infinito* cerrado a derecha.



Solución del ejercicio 4

a. $x^2 \cdot x^3$

$$
\begin{aligned}
x^2 \cdot x^3 &= x^{2+3} && \text{(Producto: } a^m \cdot a^n = a^{m+n}\text{)} \\
&= \boxed{x^5}
\end{aligned}
$$

b. $x^3 \div x^{-4}$

$$
\begin{aligned}
x^3 \div x^{-4} &= x^{3-(-4)} && \text{(División: } a^m \div a^n = a^{m-n}\text{)} \\
&= x^{3+4} \\
&= \boxed{x^7}
\end{aligned}
$$

c. $(-x)^2 \cdot x^5$

$$
\begin{aligned}
(-x)^2 \cdot x^5 &= ((-1) \cdot x)^2 \cdot x^5 && ((-x) = (-1) \cdot x) \\
&= (-1)^2 \cdot x^2 \cdot x^5 && \text{(Potencia de producto: } (a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m\text{)} \\
&= 1 \cdot x^{2+5} && \text{(Producto: } a^m \cdot a^n = a^{m+n}\text{)} \\
&= \boxed{x^7}
\end{aligned}
$$

d. $(-x)^3 \div x^5$

$$
\begin{aligned}
(-x)^3 \div x^5 &= \frac{(-x)^3}{x^5} \\
&= \frac{(-1)^3 \cdot x^3}{x^5} && ((-x)^3 = (-1)^3 \cdot x^3) \\
&= (-1)^3 \cdot x^{3-5} && \text{(División: } a^m \div a^n = a^{m-n}\text{)} \\
&= -1 \cdot x^{-2} \\
&= \boxed{-\frac{1}{x^2}} && \text{(Exponente negativo: } a^{-m} = \tfrac{1}{a^m}\text{)}
\end{aligned}
$$

e. $\left(\frac{4}{3}\right)^2\left(\frac{4}{3}\right)^3\left(\frac{4}{3}\right)^0$

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{4}{3}\right)^2\left(\frac{4}{3}\right)^3\left(\frac{4}{3}\right)^0 &= \left(\frac{4}{3}\right)^{2+3+0} && \text{(Producto: } a^m \cdot a^n = a^{m+n}\text{, y } a^0 = 1\text{)}\\
&= \left(\frac{4}{3}\right)^5\\
&= \frac{4^5}{3^5} && \text{(Potencia de cociente: } \left(\tfrac{a}{b}\right)^m = \tfrac{a^m}{b^m}\text{)}\\
&= \boxed{\frac{1024}{243}}
\end{aligned}
$$

f. $\left(3s^2t^{-1}\right)\left(\frac{1}{9}s^4\right)\left(27t^5\right)$

$$
\begin{aligned}
\left(3s^2t^{-1}\right)\left(\frac{1}{9}s^4\right)\left(27t^5\right) &= 3\cdot s^2\cdot t^{-1}\cdot\frac{1}{9}\cdot s^4\cdot 27\cdot t^5 && \text{(Reorganizar factores)}\\
&= \left(3\cdot\frac{1}{9}\cdot 27\right)\cdot s^{2+4}\cdot t^{-1+5} && \text{(Producto: } a^m \cdot a^n = a^{m+n}\text{)}\\
&= \left(3\cdot\frac{1}{9}\cdot 27\right)\cdot s^6\cdot t^4\\
&= (3\cdot 3)\cdot s^6\cdot t^4 && \text{(Simplificar: } \tfrac{1}{\cancel{9}_{1}}\cdot\cancel{27}^{3} = 3\text{)}\\
&= \boxed{9s^6t^4}
\end{aligned}
$$

g. $\dfrac{\left(x^2y^3\right)^4\left(xy^4\right)^{-3}}{x^2y}$

$$
\begin{aligned}
\frac{\left(x^2y^3\right)^4\left(xy^4\right)^{-3}}{x^2y} &= \frac{(x^2)^4(y^3)^4\cdot(x)^{-3}(y^4)^{-3}}{x^2y} && \text{(Potencia de producto: } (ab)^m = a^m b^m\text{)}\\
&= \frac{x^{2\cdot 4}y^{3\cdot 4}\cdot x^{-3}y^{4\cdot(-3)}}{x^2y} && \text{(Potencia de potencia: } (a^m)^n = a^{m\cdot n}\text{)}\\
&= \frac{x^8y^{12}\cdot x^{-3}y^{-12}}{x^2y}\\
&= \frac{x^{8-3}y^{12-12}}{x^2y} && \text{(Producto: } a^m \cdot a^n = a^{m+n}\text{)}\\
&= \frac{x^5y^0}{x^2y}\\
&= \frac{x^5\cdot 1}{x^2y} && (y^0 = 1)\\
&= \frac{x^{5-2}}{y} && \text{(División: } a^m \div a^n = a^{m-n}\text{)}\\
&= \boxed{\frac{x^3}{y}}
\end{aligned}
$$

Solución del ejercicio 5

A continuación, resolveremos cada ejercicio paso a paso aplicando las propiedades de los radicales y las potencias, eliminando exponentes negativos cuando sea necesario. Es importante destacar que pueden existir formas diferentes de resolver los apartados a las que aquí se desarrollan y sin embargo arribar al mismo resultado, como por ejemplo aplicando diferentes propiedades o utilizando la misma secuencia de propiedades en diferente orden.

Las propiedades principales que usaremos son:

1. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ (producto de radicales con el mismo índice).
2. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ (radical como potencia).
3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ (potencia de una potencia).
4. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ (potencia fraccionaria).
5. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ (eliminación de exponentes negativos).
6. $(ab)^m = a^m b^m$ (potencia de un producto)
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (potencia de un cociente).

Resolución del ejercicio

a. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$

$$\begin{aligned} \sqrt{7} \cdot \sqrt{28} &= \sqrt{7 \cdot 28} && \text{(Producto: } \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}\text{)} \\ &= \sqrt{196} \\ &= \boxed{14} && \text{(Calcular: } \sqrt{196} = 14\text{)} \end{aligned}$$

b. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} &= \sqrt[3]{3 \cdot 9} && \text{(Producto: } \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}\text{)} \\ &= \sqrt[3]{27} \\ &= \boxed{3} && \text{(Calcular: } \sqrt[3]{27} = 3\text{)} \end{aligned}$$

c. $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[4]{16} = 2 \cdot 2 = \boxed{4}$.

Observación. *Aplicando las propiedades de los exponentes y de las raíces podemos resolver el ejercicio de la siguiente manera:*

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[4]{16} &= 8^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{4}} && \text{(Radical como potencia: } \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}\text{)} \\ &= (2^3)^{\frac{1}{3}} \cdot (2^4)^{\frac{1}{4}} && \text{(Descomponer: } 8 = 2^3,\ 16 = 2^4\text{)} \\ &= 2^{3 \cdot \frac{1}{3}} \cdot 2^{4 \cdot \frac{1}{4}} && \text{(Potencia de potencia: } (a^m)^n = a^{m \cdot n}\text{)} \\ &= 2^1 \cdot 2^1 \\ &= 2 \cdot 2 && \text{(Calculando: } 2^1 = 2\text{)} \\ &= 4 \end{aligned}$$

d. $9^{\frac{7}{2}}$

$$
\begin{aligned}
9^{\frac{7}{2}} &= \sqrt{9^7} && \text{(Potencia fraccionaria: } a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}\text{)} \\
&= \sqrt{(3^2)^7} && \text{(Descomponer: } 9 = 3^2\text{)} \\
&= \sqrt{3^{2\cdot 7}} && \text{(Potencia de potencia: } (a^m)^n = a^{m\cdot n}\text{)} \\
&= \sqrt{(3^7)^2} && \text{(Potencia de potencia: } a^{m\cdot n} = (a^m)^n\text{)} \\
&= 3^7 && \text{(Simplificar: } \sqrt[n]{a^n} = a\text{, cuando } a \geq 0\text{)} \\
&= \boxed{2187} && \text{(Calcular: } 3^7 = 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = 2187\text{)}
\end{aligned}
$$

e. $\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$

$$
\begin{aligned}
\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} &= \frac{(-27)^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{2}{3}}} && \text{(Potencia de cociente: } \left(\tfrac{a}{b}\right)^m = \tfrac{a^m}{b^m}\text{)} \\
&= \frac{((-3)^3)^{\frac{2}{3}}}{(2^3)^{\frac{2}{3}}} && \text{(Descomponer: } -27 = (-3)^3\text{, } 8 = 2^3\text{)} \\
&= \frac{(-3)^{3\cdot\frac{2}{3}}}{2^{3\cdot\frac{2}{3}}} && \text{(Potencia de potencia: } (a^m)^n = a^{m\cdot n}\text{)} \\
&= \frac{(-3)^2}{2^2} \\
&= \boxed{\frac{9}{4}} && \text{(Simplificar: } (-3)^2 = 9\text{, } 2^2 = 4\text{)}
\end{aligned}
$$

f. $(-125)^{\frac{1}{3}}$

$$
\begin{aligned}
(-125)^{\frac{1}{3}} &= \sqrt[3]{-125} && \text{(Potencia fraccionaria: } a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}\text{)} \\
&= \sqrt[3]{(-5)^3} && \text{(Descomponer: } -125 = (-5)^3\text{)} \\
&= \boxed{-5} && \text{(Simplificar: } \sqrt[3]{(-5)^3} = -5\text{)}
\end{aligned}
$$

g. $\left(\frac{25}{64}\right)^{-\frac{3}{2}}$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{25}{64}\right)^{-\frac{3}{2}} &= \frac{1}{\left(\frac{25}{64}\right)^{\frac{3}{2}}} && \text{(Exponente negativo: } a^{-m} = \frac{1}{a^m}\text{)} \\
&= \frac{1}{\frac{25^{\frac{3}{2}}}{64^{\frac{3}{2}}}} && \text{(Potencia de cociente: } \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}\text{)} \\
&= \frac{64^{\frac{3}{2}}}{25^{\frac{3}{2}}} && \text{(Cociente de fracciones: } \frac{1}{\frac{c}{d}} = \frac{d}{c}\text{)} \\
&= \frac{(8^2)^{\frac{3}{2}}}{(5^2)^{\frac{3}{2}}} && \text{(Descomponer: } 64 = 8^2,\ 25 = 5^2\text{)} \\
&= \frac{8^{2\cdot\frac{3}{2}}}{5^{2\cdot\frac{3}{2}}} && \text{(Potencia de potencia: } (a^m)^n = a^{m\cdot n}\text{)} \\
&= \frac{8^3}{5^3} \\
&= \boxed{\frac{512}{125}} && \text{(Calcular: } 8^3 = 512,\ 5^3 = 125\text{)}
\end{aligned}$$

Solución del ejercicio 6

a. $(a^2b^3)^{-\frac{1}{3}}$

$$\begin{aligned}
(a^2b^3)^{-\frac{1}{3}} &= (a^2)^{-\frac{1}{3}}(b^3)^{-\frac{1}{3}} && \text{(Potencia de producto: } (ab)^m = a^m b^m\text{)} \\
&= a^{2\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)}\, b^{3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)} && \text{(Potencia de potencia: } (a^m)^n = a^{m\cdot n}\text{)} \\
&= a^{-\frac{2}{3}} b^{-1} \\
&= \frac{1}{a^{\frac{2}{3}} b} && \text{(Exponente negativo: } a^{-m} = \tfrac{1}{a^m}\text{)} \\
&= \boxed{\frac{1}{\sqrt[3]{a^2} b}} && (a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m})
\end{aligned}$$

b. $\sqrt{x^4y^4}$

$$\begin{aligned}
\sqrt{x^4 \cdot y^4} &= \sqrt{(x^2)^2} \cdot \sqrt{(y^2)^2} && \text{(Raíz n-ésima de un producto y potencia de otra potencia)} \\
&= \boxed{x^2 \cdot y^2} && \text{(Propiedad de las potencias: } \sqrt{a^2} = a \text{, cuando } a > 0\text{)}
\end{aligned}$$

c. $\left(x^{-5}y^3\cdot z^{10}\right)^{-\frac{3}{5}}$

$$\begin{aligned}
\left(x^{-5}y^3\cdot z^{10}\right)^{-\frac{3}{5}} &= (x^{-5})^{-\frac{3}{5}}(y^3)^{-\frac{3}{5}}(z^{10})^{-\frac{3}{5}} && \text{(Potencia de producto: } (ab)^m = a^m b^m\text{)}\\
&= x^{-5\cdot(-\frac{3}{5})}y^{3\cdot(-\frac{3}{5})}z^{10\cdot(-\frac{3}{5})} && \text{(Potencia de potencia: } (a^m)^n = a^{m\cdot n}\text{)}\\
&= x^{\frac{15}{5}}y^{-\frac{9}{5}}z^{-\frac{30}{5}}\\
&= x^3y^{-\frac{9}{5}}z^{-6} && \text{(Simplificando)}\\
&= \frac{x^3}{y^{\frac{9}{5}}z^6} && \text{(Exponente negativo: } a^{-m} = \tfrac{1}{a^m}\text{)}\\
&= \boxed{\frac{x^3}{\sqrt[5]{y^9}z^6}} && (a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m})
\end{aligned}$$

d. $\left(\dfrac{x^{-4}yz^{-2}}{x^3y^{-2}z}\right)^{-2}$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{x^{-4}yz^{-2}}{x^3y^{-2}z}\right)^{-2} &= \left(x^{-4-3}y^{1-(-2)}z^{-2-1}\right)^{-2} && \text{(Cociente de potencias: } \tfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\text{)}\\
&= \left(x^{-7}y^3z^{-3}\right)^{-2} && \text{(Simplificación de exponentes)}\\
&= \left(x^{-7}\right)^{-2}\left(y^3\right)^{-2}\left(z^{-3}\right)^{-2} && \text{(Producto de igual base: } a^m\cdot a^n = a^{m+n}\text{)}\\
&= x^{-7\cdot(-2)}y^{3\cdot(-2)}z^{-3\cdot(-2)} && \text{(Propiedad de potencia de otra potencia)}\\
&= x^{14}y^{-6}z^6 && \text{Simplificación de exponentes}\\
&= \boxed{\frac{x^{14}z^6}{y^6}} && \text{(Exponente negativo: } a^{-m} = \tfrac{1}{a^m}\text{)}
\end{aligned}$$

e. $\sqrt{16x^3b^2y}$

$$\begin{aligned}
\sqrt{16x^3b^2y} &= \sqrt{16}\cdot\sqrt{x^3}\cdot\sqrt{b^2}\cdot\sqrt{y} && \text{(Producto de radicales: } \sqrt{ab} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\text{)}\\
&= 4\cdot x^{\frac{3}{2}}\cdot b^{2\cdot\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{1}{2}} && \text{(Radical como potencia: } \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}\text{)}\\
&= 4x^{\frac{3}{2}}by^{\frac{1}{2}} && \text{(Simplificar: } \sqrt{16} = 4,\ b^1 = b\text{)}\\
&= \boxed{4\sqrt{x^3}by^{\frac{1}{2}}} && (a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m})
\end{aligned}$$

f. $\sqrt[3]{81ab^3c^5m^6}$

$$\begin{aligned}
\sqrt[3]{81ab^3c^5m^6} &= (81ab^3c^5m^6)^{\frac{1}{3}} && \text{(Radical como potencia: } \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}\text{)}\\
&= 81^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{3}}b^{3\cdot\frac{1}{3}}c^{5\cdot\frac{1}{3}}m^{6\cdot\frac{1}{3}} && \text{(Potencia de producto: } (ab)^m = a^m b^m\text{)}\\
&= (3^3\cdot 3)^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{3}}b^1c^{\frac{5}{3}}m^2 && \text{(Descomponer: } 81 = 3^4\text{)}\\
&= \sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{3}\,a^{\frac{1}{3}}bc^{\frac{5}{3}}m^2\\
&= 3\sqrt[3]{3}\,a^{\frac{1}{3}}bc^{\frac{5}{3}}m^2 && \text{(Propiedad de las potencias: } \sqrt[3]{a^3} = a\text{)}\\
&= \boxed{3\sqrt[3]{3}\,\sqrt[3]{a}\,b\,\sqrt[3]{c^5}\,m^2} && (a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m})
\end{aligned}$$

g. $\sqrt{25a^4b^6}$

$$\begin{aligned}
\sqrt{25a^4b^6} &= \sqrt{25}\cdot\sqrt{a^4}\cdot\sqrt{b^6} && \text{(Producto de radicales: } \sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\text{)}\\
&= 5\cdot\sqrt{(a^2)^2}\cdot\sqrt{(b^3)^2} && \text{(Potencia de potencias: } (a^n)^m=a^{m\cdot n}\text{)}\\
&= 5\cdot\cancel{\sqrt{(a^2)^{2}}}\cdot\cancel{\sqrt{(b^3)^{2}}} && \text{(Cancelando raíz con exponente: } \sqrt[n]{x^n}=x\text{, cuando } x>0\text{)}\\
&= \boxed{5a^2b^3} && \text{(Simplificar: } \sqrt{25}=5\text{)}
\end{aligned}$$

Observación. *Al igual que lo observado para el* ***Ej.5*** *se puede arribar a los mismos resultados aplicando diferentes propiedades de las potencias y las raíces. En la propuesta aquí presentada se desarrolla uno de los posibles caminos para arribar a la solución de los ejercicios.*